# PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

**PRÉALABLES**
*Définition d'un système – Exemples de système*
*Masse d'un corps*
*Définition de la force*
*Conditions d'équilibre d'un corps soumis à l'action de deux forces*

---

**Objectifs** : L'élève doit être capable de :
- *définir la dynamique*
- *énoncer le principe fondamental de la dynamique*
- *définir la masse d'un corps*
- *écrire la relation fondamentale de la dynamique*
- *définir un système matériel*
- *citer les caractéristiques d'un système matériel*
- *citer le principe de Newton*
- *définir une force intérieure, une force extérieure à un système*
- *citer et classer les forces appliquées à un système*
- *définir un système isolé*
- *énoncer le principe de l'inertie*
- *définir le référentiel galiléen, le référentiel non galiléen*
- *citer des exemples de référentiels galiléen et non galiléen*
- *identifier les forces d'inertie correctives (force d'inertie centripète, centrifuge) dans un repère non galiléen*
- *énoncer le théorème du centre d'inertie*

### 1 Définition de la dynamique
La dynamique est la branche de la mécanique qui étudie le mouvement d'un mobile dans ses rapports avec les forces qui s'exercent sur ce mobile et qui sont les causes de son mouvement.

### 2 Principe fondamental de la dynamique
**Enoncé** : ***Si, à un instant quelconque, un point matériel est soumis à une force $\vec{f}$, il est animé d'un mouvement dont l'accélération à cet instant est un vecteur $\vec{a}$ :***
- ***de même direction et de même sens que le vecteur force $\vec{f}$***
- ***de module proportionnel à l'intensité $f$ de la force $\frac{\vec{f}}{\vec{a}}$ = constante***.

### 3 Relation fondamentale de la dynamique
### 3.1 La notion de masse
**La masse d'un corps est la quantité de matière contenue dans ce corps**
**La masse caractérise l'inertie du corps c'est-à-dire la plus au moins grande difficulté de mettre ce corps au mouvement**
En effet chacun de nous sait qu'il est facile de faire rouler une barrique vide qu'une barrique remplie.
*Plus la masse d'un corps est grande plus la force appliquée pour le mettre en mouvement élevée*.

### 3.2 Relation fondamentale de la dynamique
D'après le principe fondamental de la dynamique, un point matériel à un instant quelconque, soumis a des forces dont la résultante est une force $\frac{\vec{f}}{\vec{a}}$, est animé d'un mouvement dont l'accélération $\vec{a}$ est

elle que $\frac{\vec{f}}{\vec{a}}$ conserve une valeur constante, positif quelle que soit $\vec{f}$ ; que cette résultante soit constante ou qu'elle varie en fonction du temps.

**La constante positive du rapport $\frac{\vec{f}}{\vec{a}}$ est une grandeur scalaire qui ne dépend que du point matériel et le caractérise : c'est la masse du point matériel notée généralement m ou M**.

On déduit que $\frac{\vec{f}}{\vec{a}}$ = m ou $\vec{f}$ = m$\vec{a}$ : **relation fondamentale de la dynamique**.

Exemple : le poids $\vec{p}$ d'un point matériel de masse m est la force d'attraction que la terre exerce sur ce point matériel. Si le point matériel est à une hauteur h de la surface de la terre et en dehors de toute autre contrainte, le point matériel entre en mouvement de chute libre de vecteur accélération $\vec{g}$ tel que $\vec{p}$ = m$\vec{g}$ = m$\vec{g}$ ; le vecteur $\vec{g}$ est appelé le vecteur accélération de la pesanteur.

## 4 Système matériel

### 4.1 Définition

***On appelle système matériel tout ensemble de points matériels***.

Exemple : Tout corps solide, liquide ou gazeux constitue un système matériel.

#### 4.1.1 Caractéristiques d'un système matériel

- **Un système matériel est *déformable* ou *indéformable***.

***Un système matériel est déformable lorsque les distances entre les points matériels qui le constituent sont variables***.
C'est le cas des liquides, des gaz et des solides doués d'élasticité comme le ressort par exemple.
***Le système matériel est indéformable lorsque les points matériels qui le constituent demeure dans des positions relatives invariables***.
C'est le cas des solides en général (pierre, bloc de métal etc.)

- **Un système matériel a une masse : la masse du système est la somme des masses des points matériels qui le constituent : m = $m_1$ + $m_2$ + …. + $m_n$ =** $\sum_{i=1}^{i=n} m_i$ .

La masse d'un système ne dépend pas du repère d'observation.
**L'unité internationale de masse est le kilogramme (symbole : kg)**.
Les masses se mesurent par comparaison, a l'aide d'une **balance** sauf dans le corps de très grandes masses comme les corps célestes (terre, lune, soleil, etc.).

- **Un système matériel, choisi, est limité et possède un contour déterminé**.

Tout ce qui ne fait pas partie du système est ***extérieur*** au système ; il constitue le ***milieu extérieur*** au système.
Ainsi pour une rame de trains constituée de la locomotive et d'une suite de wagons, lorsqu'on considère comme cette rame comme le système à étudier, les rails, la gare, sont extérieurs au système « rame de train ». Par contre si le système étudié est la locomotive, les wagons, les rails, la gare sont extérieurs au système.

- **Un système matériel a un *centre d'inertie* noté généralement G**

Le centre d'inertie du système est le *barycentre* des points du système ayant pour coefficients les masses de chacun des points.
Pour un système matériel constitué des points matériels $A_1$, $A_2$,….,$A_n$, de masses respectives $m_1$, $m_2$, … , $m_n$, le barycentre G du système vérifie la relation vectorielle

$m_1\overrightarrow{GA_1} + m_2\overrightarrow{GA_2} + ... + m_n\overrightarrow{GA_n} = \vec{0}$ soit $\sum_{i=1}^{i=n} m_i\overrightarrow{GA_i} = \vec{0}$.

Cette expression vectorielle peut s'exprimer d'une autre manière dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Dans ce repère on a $\overrightarrow{GA_i} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA_i}$. En remplaçant $\overrightarrow{GA_i}$ par sa valeur dans l'expression précédente on a $m_1(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA_1}) + m_2(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA_2}) + .... + m_n(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA_n}) = \vec{0}$. En mettant $\overrightarrow{GO}$ en facteur on obtient qu'on peut encore écrire sous la forme $m\,\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i\,\overrightarrow{OA_i}$.

Dans le champ de pesanteur, le centre d'inertie coïncide avec le centre de gravité du système.

## 5 Forces intérieures et extérieures à un système

### 5.1 Définitions

***Une force est intérieure à un système défini lorsqu'elle s'exerce entre des points matériels ou parties du système***.

Exemple : Dans le cas du système « rame de trains » les forces exercées entre deux wagons ou entre la locomotive et le wagon qui lui est rattaché sont intérieures au système.

**D'après le principe de l'égalité de l'action et de la réaction les forces intérieures sont deux à deux opposées : leur résultante est nulle** $\overrightarrow{f_{A/B}} + \overrightarrow{f_{B/A}} = \vec{0}$.

***Une force est extérieure à un système défini lorsqu'elle est exercée par un système extérieur au système étudié***.

Exemple : Lorsqu'on considère le système « rame de trains » composé uniquement par les wagons, la locomotive est extérieure à ce système et la force qu'elle exerce sur le système est une force extérieure.

Notons Bien : Le choix du système est très important en dynamique car il permet de définir la nature interne ou externe des forces mis en jeu.

### 5.2 Forces extérieures à un système

Les forces extérieures à un système sont de deux catégories

**5.2.1 Les forces appliquées** qui se répartissent en deux groupes :

→ **les forces de contact** sont celles exercées par les systèmes extérieurs en contact avec le système étudié (Poussée d'Archimède, résistance de l'air, etc.).

→ **les forces à distance** sont celles exercées par les systèmes extérieurs qui ne sont pas en contact avec le système étudié (Force magnétique, force électrique, force de pesanteur, etc.).

**5.2.2 Les forces de liaison** sont celles qui limitent qui limitent les possibilités de mouvement du système (réactions, tensions, etc.).

***Seules les forces extérieures déterminent le mouvement du système***.

## 6 Le principe de l'inertie

### 6.1 Système isolé

***Un système est dit isolé lorsque la résultante des forces appliquées au système est nulle.***

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$.

### 6.2 Principe de l'inertie

***Le centre d'inertie d'un système isolé est soit au repos, s'il était au repos soit en mouvement rectiligne uniforme, s'il était en mouvement***.

### 6.3 Action et réaction

Soit un corps de masse M de centre d'inertie G sur un plan horizontal. La masse M exerce sur le plan la force $\vec{P}$ qui est son poids ; le plan horizontal oppose au poids $\vec{P}$ du corps une force $\vec{R}$ égale et

opposée appelée réaction du plan. On a $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$. Le centre d'inertie de la masse M étant au repos selon le principe de l'inertie.
***La réaction est égale et opposée à l'action : c'est le principe de l'action et de la réaction***.

**7 Référentiel galiléen, référentiel non galiléen**

**7.1 Définition**

***On appelle référentiel galiléen un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est applicable, c'est-à-dire permettant de décrire le mouvement d'un point isolé, non soumis à une force, comme rectiligne uniforme***.
**Tout référentiel en translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen**.
**Tout référentiel en translation rectiligne non uniforme et ceux en rotation par rapport à un référentiel galiléen est non galiléen**.
***La relation fondamentale de la dynamique n'est valable que dans un référentiel galiléen***.

**7.2 Référentiel non galiléen**

**7.2.1 Exemples de référentiels galiléens**

- Le référentiel de Copernic est le meilleur référentiel galiléen.
- Le référentiel géocentrique est bien en translation uniforme par rapport au référentiel de Copernic, mais son origine décrivant une ellipse, il n'est pas rigoureusement galiléen. Néanmoins pour des durées assez courtes, la courbe décrite par le centre de la Terre est assimilable à un segment de droite et le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen pour des expériences brèves.
- Le référentiel terrestre, en toute rigueur, n'est pas galiléen du fait de la rotation de la Terre sur elle-même. Les référentiels terrestres malgré cette rotation donnent des prévisions correctes de la relation fondamentale et les référentiels terrestres peuvent être considérés comme galiléens.

**7.2.2 Exemples de référentiel non galiléen**

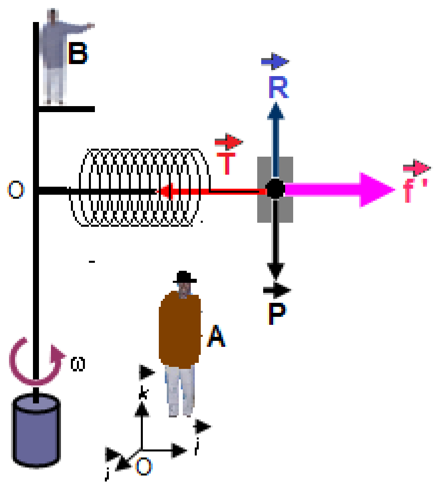
On considère le montage de la figure ? : une tige horizontale t est fixée à l'arbre d'un moteur, un cylindre creux M, de masse m, peut glisser le long de la tige ; un ressort relie le cylindre à l'arbre. L'ensemble est mis en mouvement de rotation de vitesse angulaire constante.
Deux observateurs A et B regardent le mouvement du centre d'inertie G du cylindre.
L'observateur A est fixe dans le référentiel terrestre $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. A voit le ressort tendu et G décrire un mouvement circulaire uniforme. Il vérifie alors $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\,\overrightarrow{a_G}$, c'est-à-dire $\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}=m\,\overrightarrow{a_G}$ avec $\vec{T}$ la tension du ressort, $\vec{P}$ le poids du cylindre et $\vec{R}$ la réaction de la tige t. On a $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ par conséquent $\vec{T}=m\,\overrightarrow{a_G}$ et que le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ est bien centripète.

L'observateur B est lié à l'arbre du moteur et regarde G. Il voit le ressort tendu mais voit la masse M toujours immobile par rapport à lui, donc que $\overrightarrow{a_G}=\vec{0}$, or $\sum\overrightarrow{F_{ext}}\neq\vec{0}$. Par conséquent la relation fondamentale de la dynamique $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\,\overrightarrow{a_G}$ n'est pas applicable.
Le référentiel terrestre de l'observateur A est galiléen et celui tournant de B est non galiléen.

**7.2.3 La force d'inertie centripète, la force d'inertie centrifuge**

**a) La force d'inertie centripète**

<u>Exemple 1</u> : Dans l'expérience de la figure ci-dessous, si le ressort n'existe pas et que le système tourne, la masse M va glisser le long de la tige t en s'éloignant de l'axe de rotation. C'est la preuve que son centre de gravité G ne peut effectuer le mouvement de rotation uniforme que s'il est soumis à une force de direction radiale et dirigée vers le centre de la trajectoire circulaire décrite par G lorsque le ressort agit. La tension $\vec{T}$ qui oblige le mobile M à décrire la trajectoire circulaire est appelée une ***force d'inertie centripète***.




Exemple 2 : **Cycliste dans un virage**
Soit le système formé par un cycliste et sa machine. La masse du système est m, son centre de gravité est G et le système aborde un virage de rayon de courbure r avec la vitesse constante v. Les forces appliquées au système sont son poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ du sol et on a $\vec{P}+\vec{R}=m\,\vec{a}$, $\vec{a}$ étant le vecteur accélération du mouvement du système.

Sur un plan horizontal les forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont de direction verticale et sont opposées, leur résultante est nulle $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$, que l'accélération du cycliste et de sa machine est nulle et que le mouvement du système est nécessairement rectiligne uniforme.
Conclusion : Le cycliste ne peut donc prendre son virage.
Comme le cycliste au cours du virage doit décrire une trajectoire circulaire, il faut que la résultante des forces appliquées soit une force centripète. Le vecteur poids est une force constante en direction, sens et intensité, le cycliste doit donc nécessairement incliner sa machine d'un angle α par rapport à la verticale de telle sorte que la résultante des forces qui s'exercent sur lui et sa machine soit centripète $\vec{P}+\vec{R}=\vec{f}=m\,\vec{a}$. L'angle d'inclinaison α du système est tel que $\tan\alpha=\frac{f}{P}=\frac{a}{g}$. Comme $a=\frac{v^2}{r}$ il vient $\tan\alpha=\frac{v^2}{rg}$ : l'angle d'inclinaison ne dépend que de la vitesse et du rayon de courbure.
Les automobilistes et les conducteurs de trains ne pouvant incliner leurs véhicules, c'est le constructeur de la voie qui songe à relever le bord extérieur de la voie dans les parties courbes.

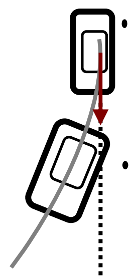
**b) La force d'inertie centrifuge**

Exemple 1 : L'observateur B voit la masse immobile : $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=\vec{0}$. Dans le référentiel de A on a $\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}=m\overrightarrow{a_G}$ ou encore $\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}+m\overrightarrow{a_G}=\vec{0}$. En posant $\vec{f'}=m\overrightarrow{a_G}$ on a $\vec{T}+\vec{P}+\vec{R}+\vec{f'}=\vec{0}$ et la condition d'immobilité de la masse pour l'observateur B est alors satisfaite.

Pour l'observateur B, il existe une force supplémentaire $\vec{f'}=m\overrightarrow{a_G}$ appelée **force d'inertie**.

Comme $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ il vient $\vec{f'}=-\vec{T}$ : la force $\vec{T}$ étant une force centripète, la force d'inertie $\vec{f'}=m\overrightarrow{a_G}$ colinéaire à $\vec{T}$ et de sens contraire est appelée la force d'inertie centrifuge (qui fuit le centre de la trajectoire circulaire).

Exemple 2 : Soit un passager dans une voiture qui prend un virage assez serré, le passager dans le référentiel de la voiture (référentiel non galiléen) est soumis à son poids, à la réaction de son siège, à la force d'inertie centripète et à la force d'inertie centrifuge. Ces forces se compensant deux à deux le passager constitue un système isolé et par conséquent reste en mouvement rectiligne uniforme selon le principe de l'inertie. Autrement lorsque le mobile continue à prendre son virage le passager a tendance à poursuivre sur une trajectoire rectiligne par rapport au virage. Par rapport à



Trajectoire du passager

la voiture, il est déporté vers l'extérieur du virage. Chacun sait qu'il lui faut un point « d'accroche » dans un véhicule dans un virage pour compenser l'action de la force d'inertie centrifuge.

Exemple 3 : La variation du champ de gravitation avec la latitude λ

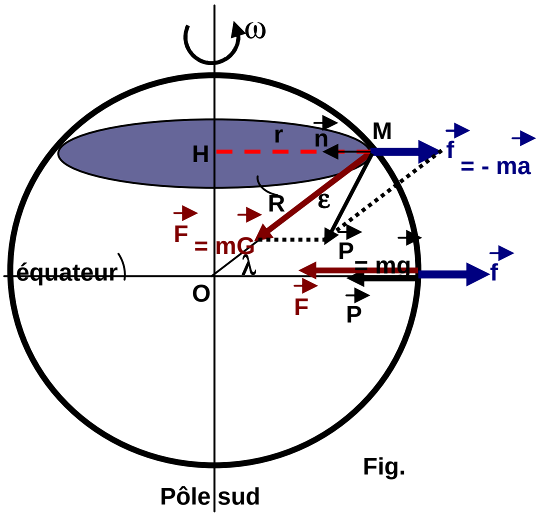


Fig.

La Terre est animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe des pôles. Un corps M de masse m à la surface de la Terre tourne autour de l'axe des pôles avec la vitesse angulaire ω que la Terre. Le point M décrit autour de l'axe des pôles une circonférence de rayon r et dont le centre H est le point de rencontre de l'axe des pôles et la perpendiculaire abaissée de M sur l'axe des pôles (fig. ).

Les forces qui s'exercent sur M dans un référentiel non galiléen sont la force de gravitation $\vec{F} = m\vec{G}$ : force de direction radiale, orientée vers le centre de la Terre, la force d'inertie centrifuge $\vec{f} = m\vec{a}$ et le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ de M. On a $\vec{F} + \vec{f} = \vec{P} \Leftrightarrow m\vec{G} + m\vec{a} = m\vec{g}$.

En prenant $\vec{n}$ comme vecteur unitaire tel que $\vec{n}$ colinéaire à $\vec{f}$ et de sens opposé on a $m\vec{G} - m\vec{g} = -\vec{f} = m\vec{a}$ et sachant que $\vec{a} = \omega^2 r\,\vec{n}$ on obtient $\vec{G} - \vec{g} = \omega^2 r\,\vec{n}$. Dans le triangle rectangle OHM rectangle en H on a $\cos\lambda = \dfrac{r}{R} \Leftrightarrow r = R\cos\lambda$.

On trouve alors $\vec{G} = \vec{g} + \omega^2 R\cos\lambda\,.\,\vec{n}$.

Conclusions :

→ **Les champs de gravitation $\vec{G}$ et de pesanteur $\vec{g}$ sont différents.**

→ **La direction du poids $\vec{P} = m\vec{g}$ ne coïncide pas avec celle de la force de gravitation $\vec{F} = m\vec{G}$.**

→ **L'angle ε = $(\vec{P}, \vec{F})$ est l'écart entre les deux directions.**

→ **Le champ de gravitation varie avec la latitude λ du lieu.**

**8 Théorème du centre d'inertie ou du centre de gravité**

***Le centre d'inertie G d'un système matériel quelconque a même mouvement qu'un point matériel libre dont la masse serait la masse totale du système et auquel serait appliquées toutes les forces extérieures au système***.

Ou encore

***Le centre d'inertie G d'un système de masse totale m, soumis de la part de l'extérieur à des forces dont la résultante est*** $\sum\vec{F}$ ***, prend une accélération*** $\vec{a_G}$ ***telle que*** $\sum\vec{F} = m\,\vec{a_G}$.

***Retenons*** : ***Dans l'application de la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'un système, on appliquera la relation fondamentale au seul centre d'inertie ou centre de gravité du système***.

En réalité en plus du mouvement de translation de l'ensemble des points matériels du système y compris le centre de gravité il existe un mouvement de rotation des autres points du système autour du centre d'inertie.